

# 5. Statistisches ratenmonotones Scheduling SRMS

<http://www.cs.bu.edu/groups/realtime/SRMSworkbench>

## 5.1. Ausgangspunkt

- **Motivation**

Schwankende Bearbeitungszeiten

Betriebsmittel-Auslastung

Überlast

- **Grundidee**

Periodische Task muß nur zu bestimmtem Prozentsatz Deadline einhalten, gesteuert durch einen „Kredit“ über einen bestimmten Zeitraum („Superperiode“).

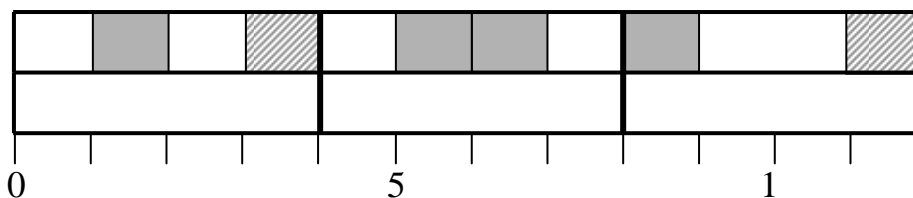
Dazu muß Bearbeitungszeit am Beginn jeder Periode bekannt sein.

Kredit: Ergebnis einer „Qualitäts-Aushandlung“

- **Hintergrund**

Tasktransformation  $\tau_i = (t_i, e_i) \mapsto \hat{\tau}_i = (t_{i+1}, \hat{e}_i)$  mit  $\hat{e}_i = \frac{t_{i+1}}{t_i} \cdot e_i$

Beispiel.  $t_3 = 4, e_3 = 2, t_4 = 12 \rightarrow \hat{e}_3 = \frac{12}{4} \cdot 2 = 6$



Es gilt: Ist  $\{(t_1, e_1), \dots, (t_i, e_i), (t_{i+1}, e_{i+1}), \dots\}$  gemäß RMS einplanbar, so auch  $\{(t_1, e_1), \dots, (t_{i+1}, \hat{e}_i), (t_{i+1}, e_{i+1}), \dots\}$ .

## 5.2. SRMS-Modell

- **Taskbeschreibung**

$T = \{ \tau_1, \dots, \tau_n \}$  periodische Tasks;  $n$ : Anzahl (fest)

$\tau_i = (\tau_{ij})_{j=1,2,\dots}$   $\tau_{ij}$ :  $j$ -ter Job von Task  $\tau_i$ ,  $i = 1, \dots, n$

$\tau_i = (t_i, f_i, Q_i)$   $t_i$ : Periode = Deadline  $d_{ij} = j \cdot t_i$   
 $f_i$ : Dichtefunktion der Bearbeitungszeit von  $\tau_{ij}$   
 $f_i \equiv 0$  für  $t \notin [0, t_i]$

$Q_i$ : QoS-Parameter; Wkt., daß  $\tau_i$  Deadline erreicht

$e_{ij}$  Bearbeitungszeit (BM-Bedarf) von  $\tau_{ij}$

$r_{ij}$  Bereitzeit (Freigabezeit) von  $\tau_{ij}$ ;  $r_{ij} = (j - 1)t_i$

o.B.d.A.  $T$  geordnet gemäß  $t_i$  ( $t_1 \leq t_2 \leq \dots$ )

- **Superperiode von  $\tau_i$**

$t_{i+1}$

- **$T$  einplanbar (feasible)**

Jede Task kann zu Beginn jeder Superperiode ihren Kredit erhalten.

→ Alle  $\tau_i \in T$  erreichen (ausgehandelten) QoS-Parameter.

## 5.3. Prinzipien und Vorgehen

- **Scheduling**

ereignisgesteuert mittels fester Prioritäten, preemptiv

- **Admission control**

- *lokal*: zur Bereitzeit jedes Jobs.

Grundsätze: kein Job überschreitet seinen BM-Bedarf  $e_{ij}$

kein Job wird zugelassen, wenn Deadline-Einhaltung nicht garantiert werden kann → „Taskisolation“

nicht zugelassene Jobs:

verwerfen | auf aktuell niedrigste Priorität setzen

- *global*: Zulassung einer Task

Aushandeln des QoS-Parameterwerts

- **Vorgehen**

- $\tau_i$  besitzt „Konto“ (budget)  $b_i$

- wird zu Beginn jeder Superperiode aufgefüllt auf „Kredit“ (allowence)  $a_i$

- wird mit BM-Bedarf  $e_{ij}$  belastet, falls  $\tau_{ij}$  zugelassen.

- **Systemstruktur**

Basis-SRMS und Erweiterungen zur Leistungssteigerung:

Zeitvererbung

2. Chance

## 5.4. Basic-SRMS für harmonische Tasks

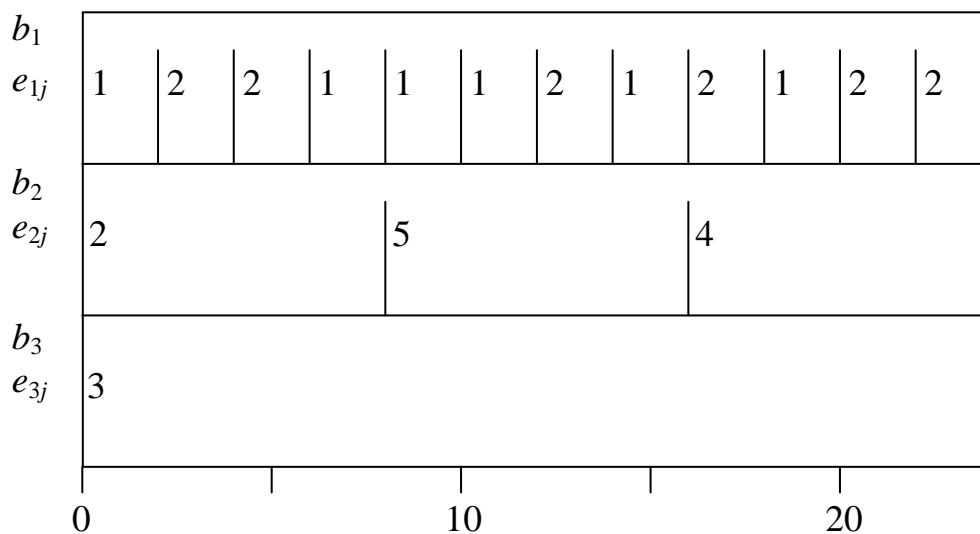
Harmonische Tasks (einfach-periodisch):  $t_i < t_j \rightarrow t_i \mid t_j$

- Lokale Zulassung von  $\tau_{ij}$

$$(e_{ij} \leq b_i) \wedge \left( e_{ij} \leq t_i - \sum_{l=1}^{i-1} a_l \cdot \frac{t_i}{t_{l+1}} \right)$$

- Beispiel.

$i$	$t_i$	$e_{ij}$	$\bar{e}_{ij}$	$u_i$	$\bar{e}_{ij, \text{supper}}$	$a_i$	$\tilde{u}_i$
1	2	1..2					
2	8	1..7					
3	24	1..11					



## 5.5. Basic-SRMS für beliebige Tasks

- **Überlappender Job**

Bereitzeit und Deadline liegen in verschiedenen Superperioden.

- **Lokale Zulassung**

aufgrund Kontostands in Bereit-Superperiode:

Job muß bis Ende dieser Periode beendet sein;

aufgrund Kontostands in Deadline-Superperiode:

Job muß bis Ende des „nächstniedrigen“ Jobs verzögert werden.

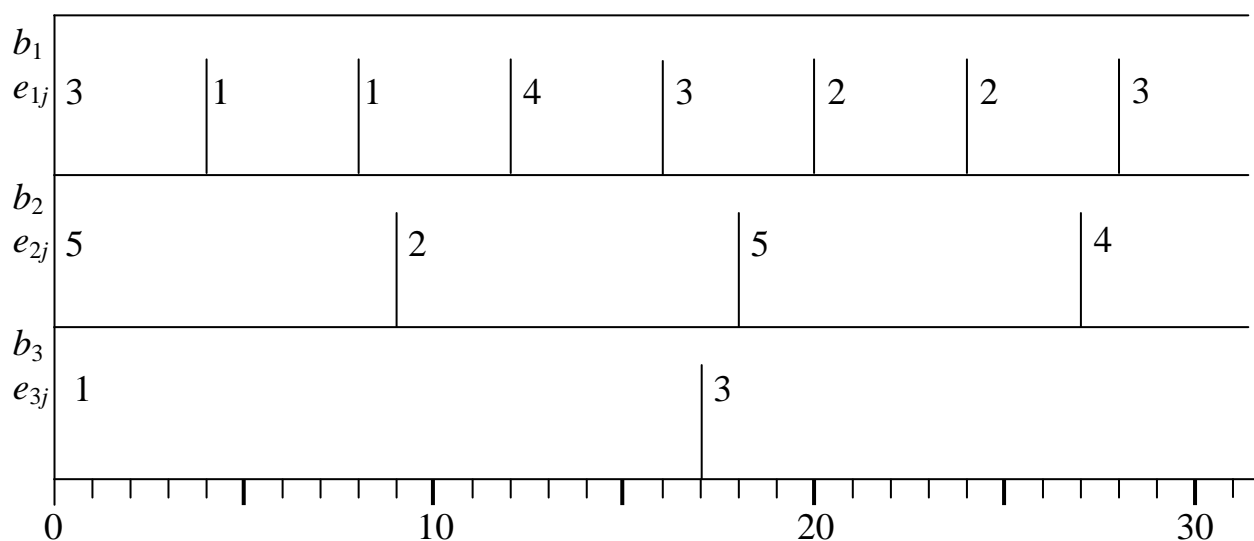
In jedem Fall Konto entsprechend auffüllen und belasten.

- **Zulassung von  $\tau_{ij}$**

$$\left( e_{ij} \leq b_i \right) \wedge \left( e_{ij} \leq t_i - \sum_{l=1}^{i-1} \left( a_l \cdot \left\lfloor \frac{t_i}{t_{l+1}} \right\rfloor + \min \left( a_l, t_i - t_{l+1} \cdot \left\lfloor \frac{t_i}{t_{l+1}} \right\rfloor \right) \right) \right)$$

- **Beispiel.**

$t_i$ : 4; 9; 17                       $a_i$ : 4; 8; -



## 5.6. Globale Zulassung für harmonische Tasks

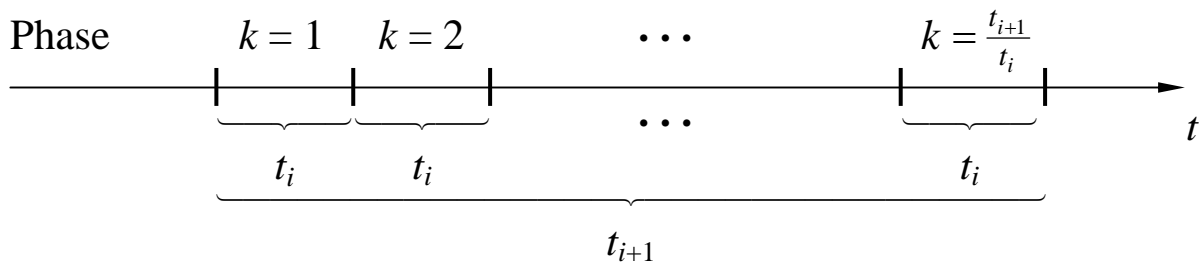
- $T$  einplanbar

Jedes  $\tau_i \in T$  kann zu Beginn jeder Superperiode Kredit  $a_i$  erhalten.

Kriterium: 
$$\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{t_{i+1}} \leq 1$$

- Berechnung von  $\tilde{Q}_i := \text{QoS}(a_i)$

– *Taskphasen*



$$S_{ik} = \begin{cases} 1 & \tau_{ij} \text{ zu Beginn von Phase } k \text{ zugelassen} \\ 0 & \tau_{ij} \text{ zu Beginn von Phase } k \text{ abgewiesen} \end{cases}$$

– *Berechnung von  $\tilde{Q}_i$*

$$P(S_{i1} = 1) = P(e_{ij} \leq a_i)$$

$$P(S_{i2} = 1) = P(e_{i,j-1} \leq a_i) \cdot P(e_{i,j-1} + e_{ij} \leq a_i) + P(e_{i,j-1} > a_i) \cdot P(e_{ij} \leq a_i)$$

...

$$\tilde{Q}_i = \frac{t_i}{t_{i+1}} \cdot \sum_{k=1}^{t_{i+1}/t_i} P(S_{ik} = 1)$$

- Berechnung von  $a_i$  aus  $\tilde{Q}_i$

$\tilde{Q}_i = \text{QoS}(a_i)$  monoton wachsend  $\rightarrow$

Intervallschachtelung: kleinstes  $a_i$ , so daß  $\tilde{Q}_i \geq Q_i$

• **Beispiel.**

$i$	$P_i$	$E_i^{max}$	$E(E_i)$	PDF	# Phases
1	5	2	1.5	uniform	2
2	10	3	2.0	uniform	3
3	30	13	7.0	uniform	3
4	90	4	2.5	uniform	$\infty$

Table 1: Example Task System

Guarantee Calculations for Task 1

$a_1$	$P(S_{1,1} = 1)$	$P(S_{1,2} = 1)$	$QoS(\tau_1)$
2	1.0000	0.2500	0.6250
4	1.0000	1.0000	1.0000

Guarantee Calculations for Task 2

$a_2$	$P(S_{2,1} = 1)$	$P(S_{2,2} = 1)$	$P(S_{2,3} = 1)$	$QoS(\tau_2)$
3	1.0000	0.3333	0.2345	0.5230
6	1.0000	1.0000	0.6296	0.8770
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Guarantee Calculations for Task 3

$a_3$	$P(S_{3,1} = 1)$	$P(S_{3,2} = 1)$	$P(S_{3,3} = 1)$	$QoS(\tau_3)$
21	1.0000	0.9110	0.5628	0.8250
24	1.0000	0.9820	0.7010	0.8944
27	1.0000	1.0000	0.8340	0.9448
30	1.0000	1.0000	0.9250	0.9750
33	1.0000	1.0000	0.9745	0.9915
36	1.0000	1.0000	0.9950	0.9980
39	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Table 2: QoS Calculations for the Example Task System shown in Table 1

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	Utilization	$QoS(\tau_1)$	$QoS(\tau_2)$	$QoS(\tau_3)$	$QoS(\tau_4)$
4	9	24	3	1.0000	1.0000	1.0000	0.8944	0.7500
4	3	39	4	0.9778	1.0000	0.5230	1.0000	1.0000
2	9	39	4	1.0000	0.6250	1.0000	1.0000	1.0000
4	6	33	3	1.0000	1.0000	0.8770	0.9915	0.7500

Table 3: Example allowance assignments with corresponding achievable QoS and utilization